

## استفاده از الگوریتم غیر خطی و نامقید تابع جریمه در طراحی بهینه شبکه های آبرسانی

سید مصطفی عقیلی: کارشناس ارشد مهندسی عمران محیط زیست دانشگاه مازندران - دانشکده فنی  
کارشناس دفتر پشتیبانی فنی (دفتر بانک جهانی) شرکت آب و فاضلاب استان مازندران

### چکیده

در طراحی شبکه های آبرسانی همواره می بایستی دو اصل را مد نظر قرار داد. یکی اینکه آبی با کیفیت مناسب بدست مصرف کننده برسد، دیگر اینکه انتقال و توزیع این آب از نظر اقتصادی مقرون بصرفه باشد. استفاده از روشهای طراحی بهینه منجر به ارضاء اصل دوم خواهد گردید. در این مقاله روشی جهت طراحی بهینه شبکه های آبرسانی ارائه شده است که ضمن رعایت استانداردهای طراحی، منجر به کاهش هزینه گردیده است. بدین منظور از دو نرم افزار بهینه سازی موسوم به *DOC* و *DOT* تحت الگوریتمی نامقید و غیر خطی به نام تابع جریمه جهت طراحی بهینه شبکه های آبی استفاده شده است. از تابع جریمه به جهت نامقید نمودن مساله بهینه سازی مقید استفاده شده است بدین ترتیب حجم مساله بهینه سازی کاهش یافته و محاسبات عددی توسط رایانه کاهش خواهد یافت. استفاده از این نرم افزار، انجام تکرارهای متوالی و خسته کننده ای که برای تحلیل شبکه در هنگام استفاده از نرم افزارهای سنتی مثل *loop* لازم بوده است را از بین برده است. قابلیت های روش مورد نظر با حل یک مثال و مقایسه آن با جوابهای بدست آمده از روش طراحی سنتی مورد مقایسه قرار گرفته است.

**واژه های کلیدی:** بهینه سازی، تابع جریمه، الگوریتم غیر خطی و نامقید، شبکه های توزیع آب

## مقدمه

کشور ما به مناسبت موقعیت جغرافیائی خاص خود چنانچه در حال حاضر با کمبود آب مواجه نباشد، در آینده ای نه چندان دور با کمبود آب ومشکلات ناشی از آن مواجه خواهد شد. بنابر این انجام هر گونه عملیات از جمله مصرف صحیح، کنترل مناسب منابع تامین، کاهش هزینه ها و... جهت ذخیره سازی اعتباری بمنظور پیشگیری از بروز چنین مشکلاتی ضروری بنظر می رسد. در بخش طراحی شبکه های آبرسانی می توان با بکارگیری الگوریتم های بهینه سازی تاثیر عمده ای در کاهش هزینه ها اعمال نمود. در روشهای متداولی که امروزه مشاورین پروژه از آن جهت طراحی شبکه های آبرسانی استفاده می کنند، ابتدا قطر حدسی اولیه ای را برای لوله های شبکه اختیار کرده و سپس شبکه را برای کنترل مقادیر سرعت و فشار تحلیل میکنند. اگر این مقادیر در محدوده استانداردها و ضوابط طراحی باشند، طرح مورد نظر قابل قبول بوده در غیر اینصورت با مقادیر جدیدی از قطرها عملیات بالا مجدداً تکرار میشود. فرآیند فوق آنقدر ادامه می یابد تا محدوده های استاندارد سرعت و فشار تامین شود. انجام عملیات فوق ضمن وقت گیر بودن و ایجاد خستگی، تضمینی برای رسیدن به مقادیر حداقل هزینه بدست نمی دهد. بنابراین استفاده از روشهای بهینه سازی برای طراحی شبکه های آبرسانی که لزوم تکرار های متوالی را از میان برده و مقادیر بهینه ای را برای متغیرهای طراحی ضمن تامین شرایط فیزیکی و هیدرولیکی سیستم بدست می آورد، ضروری بنظر میرسد.

در یک مسئله بهینه سازی ما به دنبال بیشینه یا کمینه کردن یک کمیت مشخص به نام هدف هستیم که این کمیت به تعداد محدودی متغیر ورودی بستگی دارد. این متغیرها ممکن است مستقل از یکدیگر بوده و یا از طریق یک یا چند محدودیت(قید) به یکدیگر وابسته باشند. به عنوان مثال مسئله زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = x_1^2 + x_2^2 \\ \text{s.t} \quad & x_1 - x_2 = 3 \\ & x_2 \geq 2 \end{aligned}$$

این مثال یک مسئله بهینه سازی مقید برای هدف  $z$  است.  $x_1$  و  $x_2$  متغیرهای ورودی یا متغیرهای تصمیم هستند که به دو صورت محدود(مقید) می باشند:  $x_1$  باید به مقدار ۳ واحد از  $x_2$  بزرگتر و  $x_2$  باید بزرگتر یا مساوی با ۲ باشد. مسئله به دنبال مقادیری از متغیرهای ورودی است که حاصل جمع مربعات آنها را با توجه به  $(s.t)$  حدود وضع شده توسط قیود به حداقل برسانند.

یک برنامه ریاضی یک مسئله بهینه سازی است که در آن هدف به صورت یک تابع ریاضی و قیود به صورت معادلات یا نامعادلات ریاضی بیان شده اند. فرم کلی برنامه های ریاضی مقید به صورت زیر

است :

$$\begin{aligned} \text{opt} \quad & Z = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \\ \text{s.t.} \quad & g_1(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq b_1 \\ & g_2(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq b_2 \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & g_m(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq b_m \end{aligned}$$

هر یک از  $m$  محدودیت (قید) موجود در فرم کلی بالا دارای فقط یکی از علائم  $\leq$  یا  $=$  یا  $\geq$  است. روشهای طراحی بهینه شبکه های توزیع را از منظر فرمولبندی مسئله طراحی میتوان به دودسته روشهای مقید (*Constrained*) و نامقید (*Unconstrained*) تقسیم کرد. در روشهای مقید مسئله طراحی با استفاده از متغیر تصمیم (یا متغیرهای تصمیم) مناسبی به صورت مسئله ای مقید فرمولبندی میشود. در این حالت مسئله طراحی بهینه به یافتن متغیر تصمیم مورد نظر بگونه ای که ضمن تامین قیود مسئله کمترین هزینه را داشته باشد، تحویل خواهد شد.

در روشهای نامقید قیود هیدرولیکی وسایر قیود با استفاده از روشهای چون تابع جریمه (*Penalty Function*) و روش ضرایب لاگرانژ (*Lagrange Multiplier Method*) به صورت هزینه ای اضافی به هزینه لوله های شبکه اضافه میشود [7,15,21]. به عبارت دیگر توسط این الگوریتمها مساله بهینه سازی مقید به یک مساله بهینه سازی نامقید تبدیل میشود. بدین ترتیب حجم مساله بهینه سازی کاهش یافته و محاسبات عددی توسط رایانه کاهش خواهد یافت. فرآیند طراحی در این حالت به یافتن طرحی که کمترین هزینه کل را داشته باشد تحویل خواهد شد.

دانشمندان در زمینه طراحی بهینه شبکه های توزیع آب از الگوریتمهای متفاوتی استفاده کرده اند. فوجی وارا و کانگ [6]، لنسی و میس [15] آب و سولماتین [11] از مدل برنامه ریزی نامقید غیرخطی جهت طراحی بهینه استفاده کرده اند. لای وشاکه [4]، آلپروویتز و شمیر [1]، کسلر و شمیر [2]، مورگان و گولتر [3]، کوین دری [5,10] از مدل برنامه ریزی خطی جهت طراحی بهینه استفاده کرده اند. Kvasant Kumar Varma & Shankar Narasimhan [7]، پول [18] از الگوریتم غیر خطی تابع جریمه جهت نامقید نمودن مساله بهینه سازی مقید استفاده کرده اند. ساویک [8]، سیمپسون و دندی و مورفی [20] از یک الگوریتم غیر خطی به نام الگوریتم ژنتیک جهت طراحی بهینه استفاده کرده اند. در مقاله قبلی ارایه شده توسط مولف و دکتر افشار در چهارمین کنفرانس هیدرولیک [19] از یک الگوریتم مقید جهت طراحی بهینه استفاده شده بوده است. در این مقاله از الگوریتمی نامقید و غیر خطی به نام تابع جریمه برای تعریف مسئله بهینه سازی و

نامقید نمودن آن استفاده شده است. پس از آن مسئله مورد نظر با استفاده از دو نرم افزار بهینه سازی موسوم به  $DOT$  و  $DOC$  برای بدست آوردن جوابهای بهینه حل شده است و جوابهای حاصل با جوابهای حاصل از طراحی سنتی مقایسه شده است.

### تعریف الگوریتم تابع جریمه:

از این الگوریتم برای نامقید نمودن برنامه های بهینه سازی مقید استفاده میشود. بدین ترتیب که قیود به صورت هزینه ای اضافی به تابع هدف اضافه میشود و تابع هدف نهایی ایجاد شده بدون قید خواهد شد [18]:

$$Z = f(\bar{x}) + \sum_{i=1}^m P_i g_i^2(\bar{x})$$

در آن  $P_i$  مقادیر ثابتی هستند که به اوزان جریمه مشهورند این اوزان از پیش معلوم نشدند و مقادیر آن باید تعیین شوند  $g_i(\bar{x})$  همان محدودیت معادله ای (قید) است. بنا بر این زمانی برنامه جواب دارد که به ازای کلیه  $i$  ها،  $g_i(\bar{x}) = 0$  باشد. برای مقادیر بزرگ  $P_i$ ، جواب برنامه بالاچنان خواهد بود که  $g_i(\bar{x})$  ها نزدیک به صفر باشند تا از اثرات ناشی از جملات  $P_i \cdot g_i(\bar{x})$  بر تابع هدف کاسته شود. بطور کلی وقتی که  $P_i$  بسمت  $\infty$  میل می کند  $g_i(\bar{x})$  ها بسمت صفر می روند.

یعنی آنقدر  $P_i$  را مرحله به مرحله افزایش میدهیم تا  $g_i(\bar{x})$  به صفر برسد. وقتی که رسید مسئله بهینه شد (یعنی نقطه اتمام کار اینجاست). بدین ترتیب که در هر بار تکرار از روش مذکور به مجموعه معینی از اوزان جریمه بزرگتر و یا اندازه گام کوچکتر استفاده شود. هر بار جستجو با مجموعه ای از اوزان جریمه و اندازه گام مفروض یک مرحله از حل مسئله است. بردار نهائی هر مرحله بعنوان بردار آغازین برای مرحله مورد استفاده قرار می گیرد. اوزان جریمه اولین مرحله معمولاً کوچک انتخاب می شوند ( غالباً ۰.۰۲). هم چنین اولین گام عموماً برابر ۱ فرض می شود. همگرایی این روش از نرخ افزایش اوزان جریمه و کاهش اندازه گام متأثر می شوند. اگر شرایط غیر منفی بودن متغیرها به برنامه اضافه شود روش تابع جریمه رومی توان تعدیل نمود. برای این کار لازم است که بردار اولیه دارای مولفه های غیر منفی باشد. پس حرکت های اکتشافی به بردارهایی محدود می شوند که شرط غیر منفی بودن را دارا باشند. بهترین روش برای ایجاد این محدودیت آن است که هر گاه یکی از مولفه های بردار تغییر یافته  $\bar{x}$  منفی شود، تابع جریمه گردد. یعنی  $f(\bar{x})$  بصورت یک عدد منفی بسیار بزرگ (مثلاً  $10^3 * -1$ ) در نظر گرفته شود.

به کار گیری این الگوریتم در بهینه سازی شبکه های آبرسانی :

قیود مطرح شده در بهینه سازی شبکه های آبرسانی برای شبکه ای متشکل از  $n$  لوله و  $m$  گره و  $p$

حلقه عبارتند از :

۱- قیود هیدرولیکی که نمایشگر پیوستگی دبی در گره ها و توازن انرژی در حلقه هاستند :

$$\sum_{i \in k} q_i = Q_k \quad k = 1, 2, \dots, m \quad \text{۱-۱- پیوستگی}$$

$$\sum_{i \in p} J_i = 0 \quad p = 1, 2, \dots, P \quad \text{۱-۲- انرژی}$$

۲- قیود سرعت و فشار که نمایشگر شرط حداقل و حداکثر فشار مجاز در گره ها و سرعت در لوله هاستند:

$$\begin{aligned} P_{\min} \leq P_k \leq P_{\max} & \quad k = 1, 2, \dots, m \\ V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max} & \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

۳- قیود قطر لوله ها که نمایشگر قیود مربوط به قطر لوله ها ی موجود در بازار است .

$$D_{\min} \leq D_i \leq D_{\max} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

با در نظر گرفتن قطر لوله به عنوان متغیر تصمیم، تابع هدف به صورت زیر تعریف می شود :

$$MINC_T = F(D_i)$$

حال با استفاده از روش تابع جریمه قیود ذکر شده را به این تابع اضافه می کنیم . بنابراین در نهایت خواهیم داشت :

$$\begin{aligned} MINC_T = F(D_i) \\ + \sum_{i=1}^n \beta_i (V_i - V_{\min})^2 + \sum_{i=1}^n \beta_i (V_i - V_{\max})^2 + \sum_{k=1}^m \beta_k (P_k - P_{\min})^2 + \sum_{k=1}^m \beta_k (P_k - P_{\max})^2 \end{aligned}$$

در رابطه های بالا  $D_i$  ،  $L_i$  ،  $q_i$  ،  $V_i$  و  $J_i$  بترتیب نمایشگر قطر ، طول ، دبی ، سرعت و گرادیان

هیدرولیکی در لوله  $i$  ام شبکه و  $P_k$  نمایشگر فشار در گره  $k$  ام شبکه است.  $F(D_i)$  نیز هزینه مربوط به لوله  $i$  ام شبکه است که رابطه آن بصورت معمول از طریق برازش حداقل مربعات بدست می آید. رابطه فوق نمایشگر هزینه کل شبکه است که از جمع هزینه لوله ها بدست آمده است.  $\beta_k$ ،  $\beta_i$  مقادیر ثابتی هستند که به اوزان جریمه مشهورند این اوزان از پیش معلوم نشدند و مقادیر آن باید تعیین شوند.

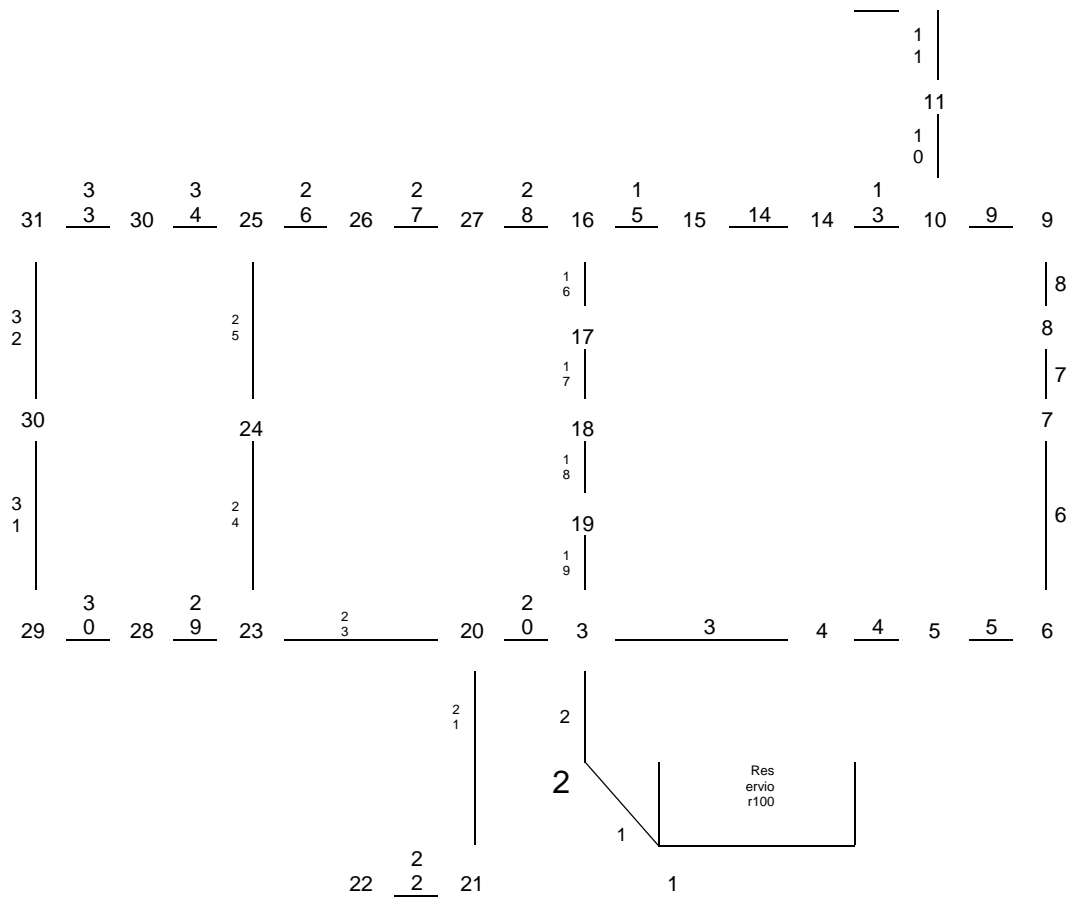
طراحی بهینه شبکه آبرسانی در این فرمولبندی مستلزم یافتن متغیر تصمیم (قطر لوله) به گونه ای است که هزینه کل را حداقل کرده و در عین حال مقادیر سرعتها و فشارها در شبکه قیود هیدرولیکی و فنی را تامین کنند. در این مقاله از دو نرم افزار بهینه سازی موسوم به  $DOT$  و  $DOC$  برای بهینه سازی تابع هدف بالا تحت قیود مربوطه استفاده شده است. در این جا قیود هیدرولیکی شبکه یعنی پیوستگی دبی ها و توازن انرژی در حلقه ها بصورت ضمنی [16,17] و از طریق تحلیل شبکه تامین می شود. در این مقاله برای تحلیل شبکه از روش موسوم به روش جزء به جزء [9,12,13] استفاده شده است. فرآیند طراحی با انتخاب قطر اولیه ای که معمولا بالاترین قطر موجود در بازار است شروع می شود. پس از آن شبکه مورد نظر تحلیل شده و مقادیر سرعت ها و فشار های حاصل به همراه قطرهای حدسی و هزینه شبکه مربوط به آن به برنامه  $DOT$  یا  $DOC$  داده می شود. این برنامه ها مقادیر قطرها را در جهت کاهش هزینه آنها بگونه ای تغییر می دهند که قیود فنی سرعت و فشار تامین شوند. این فرآیند تکراری تا رسیدن به جواب نهایی ادامه می یابد.

### مثال نمونه

شبکه توزیع آب شهر هانوی از کشور ویتنام [۲۰،۱۱] که متشکل از سه حلقه، ۳۴ لوله و ۳۱ گره و یک مخزن است، در نظر گرفته شده است که در شکل زیر نشان داده شده است. حداقل فشار مجاز در هر یک از گره ها برابر ۳۰ متر در نظر گرفته شده است. ضریب هیزن ویلیام برای تمام لوله ها ۱۳۰ در نظر گرفته شده است. قطرهای موجود در بازار به همراه هزینه های آنها در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱: جدول هزینه لوله ها

قطر (اینچ)	12	16	20	24	30	40
هزینه	45.7 3	70.4 0	98.3 9	129. 33	180. 75	27 8.2 8



شکل ۱: شمای شبکه هانوی ویتنام

جدول ۲ قطرهای بدست آمده از حل بهینه شبکه فوق را در مقایسه با سایر الگوریتمها [۱۱]

نشان میدهد:

جدول ۲: مقایسه قطرهای بهینه بدست آمده از الگوریتمهای مرجع [۱۱] والگوریتم پیشنهادی

Pipe	Length (m)	الگوریتمهای مرجع		LOOP		الگوریتم پیشنهادی در اولین اجرا (یک تکرار)
		ACCOL	GA	در اولین اجرا (یک تکرار)	تکرارهای متوالی (۲۴ تکرار)	

1	100	40	40	40	40	40
2	1350	40	40	40	40	40
3	900	40	40	40	40	40
4	1150	40	40	40	40	40
5	1450	40	30	40	40	40
6	450	30	40	40	40	40
7	850	40	40	40	40	40
8	850	40	30	40	30	30
9	800	24	30	40	30	30
10	950	40	30	40	30	30
11	1200	30	30	40	30	30
12	3500	40	30	40	30	30
13	800	16	16	40	24	30
14	500	16	24	40	24	30
15	550	30	30	40	24	30
16	2730	12	30	40	20	16
17	1750	20	30	40	24	12
18	800	24	40	40	24	12
19	400	30	40	40	40	30
20	2200	40	40	40	40	30
21	1500	30	20	40	40	30
22	500	30	20	40	40	40
23	2650	40	30	40	40	30
24	1230	40	16	40	40	40
25	1300	40	20	40	40	40
26	850	24	12	40	24	20
27	300	30	20	40	16	16
28	750	12	20	40	40	30
29	1500	16	24	40	24	16
30	2000	40	30	40	24	16
31	1600	16	30	40	20	12
32	150	20	30	40	20	20
33	860	30	30	40	30	24
34	950	24	12	40	30	30
					24	20
					24	16
					20	16
					16	24
					20	16
					24	24
	Cost (million)	7.0	7.8	10.9	7.49	6.46

جدول ۳ انرژیهای گرهی بدست آمده از حل بهینه شبکه فوق را در مقایسه با سایر الگوریتمها نشان میدهد :

جدول ۳: انرژی های گرهی (m) حاصل از طراحی بهینه

Node	Elevation (m)	الگوریتمهای مرجع		LOOP		الگوریتم پیشنهادی در اولین اجرا (یک تکرار)
		ACCOL	GA	در اولین اجرا (یک تکرار)	تکرارهای متوالی (۲۴ تکرار)	
1	100	00.00	00.00	00.00	00.00	00.00
2	0	97.14	97.14	96.88	96.88	97.14
3	0	61.67	61.67	58.03	58.03	61.63
4	0	58.59	57.68	55.12	55.14	57.63
5	0	54.82	52.75	51.55	51.58	52.69
6	0	39.45	47.65	48	48.05	47.58
7	0	38.65	42.97	47.26	47.31	46.43
8	0	37.87	41.68	46.56	44.51	41.20
8	0	35.65	40.70	46.08	42.61	37.20
10	0	34.28	32.46	45.8	41.48	34.41
11	0	32.72	32.08	45.42	39.92	32.85
12	0	31.56	30.92	45.13	36.49	31.69
13	0	30.13	30.56	44.78	32.27	30.27
14	0	36.36	30.55	45.84	42.79	32.43
15	0	37.17	30.69	45.93	43.89	32.92
16	0	37.63	30.74	46.07	45.62	37.22
17	0	48.11	46.16	50.19	49.93	46.40
18	0	58.62	54.41	53.97	53.85	55.88
19	0	60.64	60.58	56.66	56.62	57.75
20	0	53.87	49.23	49.75	49.94	55.43
21	0	44.48	47.92	49.45	46.09	46.07
22	0	44.05	47.86	49.42	44.82	44.80
23	0	39.83	41.96	45.92	46.26	46.16
24	0	30.51	40.18	45.61	42.8	34.14
25	0	30.50	38.95	45.53	40.78	31.95
26	0	32.14	36.01	45.61	43.61	34.47
27	0	32.62	35.93	45.71	44.06	35.73
28	0	33.52	36.47	45.62	42.67	41.58
29	0	31.46	36.45	45.36	39.6	32.29
30	0	30.44	36.54	45.26	36.81	30.50
31	0	30.39	36.64	45.26	36.6	30.50
32	0	30.17	36.76.	45.3	38.05	30.76

نتایج بدست آمده در این مثال نیز در مقایسه با سایر روشهای ارائه شده از الگوریتم های مرجع مناسب بوده است و حتی مقادیر کمتری را برای هزینه بدست آورده است. از طرف دیگر انجام

تکرارهای متوالی و خسته کننده ای که برای تحلیل شبکه در هنگام استفاده از نرم افزارهای سنتی مثل *loop* لازم بوده است را از بین برده است و در اولین اجرا (فقط یک تکرار) جوابهای بهینه را داده است. در عین حال که توانسته است محدوده در نظر گرفته شده برای انرژیهای گرهی را رعایت کند.

## نتیجه گیری

در این مقاله روشی برای طراحی بهینه شبکه های توزیع آب ارائه شده است که از الگوریتم نامقید و غیر خطی تابع جریمه برای طراحی بهینه شبکه ها استفاده می کند. از تابع جریمه به منظور نامقید نمودن مساله بهینه سازی مقید و در نتیجه کاهش حجم مساله بهینه سازی و در نهایت افزایش سرعت محاسبات عددی توسط رایانه استفاده شده است. قیود هیدرلیکی طراحی بهینه از طریق برنامه تحلیل شبکه موسوم به جزء به جزء و جستجوی غیر خطی جواب بهینه از طریق نرم افزار *DOT* و *DOC* صورت گرفته است. استفاده از این نرم افزار انجام تکرارهای متوالی و خسته کننده ای که برای تحلیل شبکه در هنگام استفاده از نرم افزارهای سنتی مثل *loop* لازم بوده است را از بین برده است و در اولین اجرا (فقط یک تکرار) جوابهای بهینه را داده است. قابلیت های روش مورد نظر با حل یک مثال نمونه و مقایسه جوابهای حاصل با جوابهای حاصل از سایر روشها و نرم افزارها مورد ارزیابی قرار گرفته است که نتایج رضایتبخش بوده است.

## منابع:

- [1] Alperovits E. & U. Shamir, "Design of Optimal Water Distribution Systems", *Water Res. Research*, 13 (6), 885-900, 1997
- [2] Kessler, A., and U. Shamir, "Optimal Design of Water Distribution Systems", *Water Resources Research*, Vol. 25, No. 7, pages 1469-1480, July 1989
- [3] Morgan, D.R. & Goulter, I.C. "Optimal Urban Water Distribution Design", *Water Resources Research*, Vol. 21, No. 5, Pages 642-652, May 1985.
- [4] Lai, D. and Schaake, J., "Linear Programming and Dynamic Programming Applications to Water Distribution Network Design", Report 116, Department of Civil Engineering, MIT, Cambridge, 1969
- [5] Quindry, G. E., E. D. Brill, J. C. Liberman, and A.R. Robinson, "Comment on Design of Optimal Water Distribution System by E. Alperovits and U. Shamir", *Water Resources Res.*, 15 (6), 1651-1654, 1979
- [6] Fujiwara, O. and D.B. Khang, "A two-phase Decomposition Method for Optimal Design of Looped Water Distribution Networks", *Water Resources Research*, 26 (4), 539-549, 1990
- [7] Kvasant Kumar Varma & Shankar Narasimhan, "Optimal Design of Water Distribution Systems Using An NLP Method", *Journal of Environmental Engineering*, 1997.

- [8] Savic, D.A. & G.A. Water, "Genetic Algorithms for Least- Cost Design of Water Distribution Networks", *Water Res. Planning & Management*, 123 (2) 67-77, 1997
- [9] Afshar, M.H., "An Element-by- Element Algorithm for Analysis of Large Scale Networks "The first Hydraulic conference of Iran university of Khajeh Nasir Aldine Tousi, 1997
- [10] Quindry, G.E., E.D. Brill & J. Liebman, "Optimization of Looped Water Distribution Systems" *J. of Env. Engg.*, ASCE, 107 (4), 665-679, 1981.
- [11] Abebe, A.J. & D.D. Solmatine, "Application of Global Optimization to the Design of pipe Network", *Water Resources Research*, 1999
- [12] Afshar, M.H., "Recent Improvements to the Element by Element algorithm for the analysis of pipe Networks", *Int. Water. Res. Eng*, 1997.
- [13] Afshar, M.H., "An Element by Element Newton – Raphson Algorithm for Pipe Network Analysis", *Int. J. Water. Res. Eng*, 1998.
- [14] Fujiwara, 50, Jench aimahakoon, and N.C.P. Edirisinghe, "A Modified Linear Programming Gradient Method for Optimal Design of Looped Water Distribution Networks", *Water Resources Res.*, 23(6), 23(6), 997-982, 1987
- [15] Lansey, E. & Mays, W., "Optimization Model for Water Distribution System design", ASCE, 1989.
- [16] Yates, D.F., Templeman A.B. & Boffey T.B., "The Computational Complexity of the Problem of Determining least capital Cost Design for Water Supply Networks", 7(2), 142-155, 1984
- [17] Gessler, J. "Pipe Network Optimization by Enumeration", *Proc Conf. on. Comp Application / Water Res Research*, 23 (7), 977 – 982, 1985.
- [18] Powell M.J.D., "An Efficient Method for Finding Minimum of Function of Several variables Without Calculating Derivatives", *The computer Journal*, Vol. 7, P. 303, 1964
- [19] Aghili, M. & Afshar, M.H., "Optimal Design of Water Distribution Networks", *The 4<sup>th</sup> Iranian Hydraulic Conference in Shiraz*, Oct. 21-23, 2003.
- [20] Simpson, A. R. Dandy G.C. & Murphy L.J., "Genetic Algorithms Compared to Other Techniques For Pipe Optimization", *Water Res. Planning & Management ASCE*, 120 (4), 423- 443, 1994.

